



C.E.E.J.A “MARIA APARECIDA PASQUALETO FIGUEIREDO”

ATIVIDADE DE MATEMÁTICA

VOLUME 1 – EM – UNIDADE 4

## Equação do segundo grau

Denomina-se equação do 2º grau, qualquer sentença matemática que possa ser reduzida na forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , onde  $x$  é a incógnita,  $a$ ,  $b$  e  $c$  são números reais, com  $a \neq 0$ . Os números  $a$ ,  $b$  e  $c$  são denominados coeficientes da equação. Observe que o maior índice (expoente) da incógnita na equação é igual a dois, e é isto que define a equação como sendo do segundo grau.

Os coeficientes dessa equação são os números que ocupam o lugar de “ $a$ ”, de “ $b$ ” e de “ $c$ ”. Portanto, o coeficiente “ $a$ ” é o número que multiplica  $x^2$ ; o coeficiente “ $b$ ” é o número que multiplica  $x$ ; e o coeficiente “ $c$ ” é o número que não multiplica incógnita.

COMO IDENTIFICAR os valores de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  na equação de 2º grau?

Uma equação do segundo grau é escrita na seguinte forma:  $ax^2 + bx + c = 0$

EXEMPLOS:

1)  $x^2 + 2x - 35 = 0$        $a = 1$        $b = 2$        $c = -35$

2)  $2x^2 - 50x + 8 = 0$        $a = 2$        $b = -50$        $c = 8$

Equações incompletas do segundo grau:

As equações incompletas do 2º grau são aquelas em que não temos necessariamente todos os três coeficientes. A equação do 2º grau é escrita na forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , em que  $b = 0$  ou  $c = 0$ , ou ambos os coeficientes sejam iguais a zero e  $a \neq 0$ . Toda equação que pode ser escrita na forma:  $ax^2 + bx + c = 0$  é conhecida como equação do segundo grau.

EXEMPLOS:

1)  $3x^2 - 4x = 0$  a equação é **incompleta**, pois  $c = 0$ .

2)  $1x^2 - 25 = 0$  a equação é **incompleta**, pois  $b = 0$ .

3)  $2x^2 = 0$  a equação é **incompleta**, pois  $b = 0$  e  $c = 0$ .

## RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO INCOMPLETA DO 2º GRAU ( $a \neq 0$ , $b = 0$ e $c \neq 0$ ):

### EXEMPLOS:

1)  $1x^2 - 25 = 0$

$$1x^2 - 25 = 0$$

$$1x^2 = 25x^2$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \pm \sqrt{25}$$

$$x = \pm 5$$

2)  $2x^2 - 18 = 0$

$$2x^2 = 18$$

$$x^2 = \frac{18}{2}$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm \sqrt{9}$$

$$x = \pm 3$$

Para sabermos a solução da equação do 2º grau como nos exemplos ao lado, devemos extrair a raiz quadrada no final da resolução, obtendo dois valores distintos da raiz de: um positivo e outro negativo.

$$x^2 = \pm \sqrt{25}$$

$$x = 5 \text{ ou } x = -5$$

### DETERMINAR O VALOR NUMÉRICO DE UMA EQUAÇÃO DO 2º GRAU:

O valor numérico é encontrado quando em uma equação substituímos o valor da incógnita por um número., ou seja, no lugar de  $x$ , substituiremos um número. Esse valor numérico na equação do 2º grau pode nos mostrar se esse valor é ou não raiz, ou seja, solução da equação. Quando for solução, o resultado final deve ser zero, e portanto, se der um número  $\neq 0$ , não é solução ou raiz da equação quadrática.

### EXEMPLOS:

- 1) Na equação do 2º grau:  $x^2 - 5x + 6 = 0$ , vamos substituir os valores  $\{0, 1, 2 \text{ e } 3\}$ , e determinar qual deles é solução dessa equação:

$x^2 - 5x + 6 = 0$ $x = 0$	$x^2 - 5x + 6 = 0$ $x = 1$	$x^2 - 5x + 6 = 0$ $x = 2$	$x^2 - 5x + 6 = 0$ $x = 3$
$0^2 - 5 \cdot 0 + 6$	$1^2 - 5 \cdot 1 + 6$	$2^2 - 5 \cdot 2 + 6$	$3^2 - 5 \cdot 3 + 6$
$0 - 0 + 6$	$1 - 5 + 6$	$4 - 10 + 6$	$9 - 15 + 6$
$6 \neq 0$	$-4 + 6 = 2 \neq 0$	$-6 + 6 = 0$	$-6 + 6 = 0$
( $x = 0$ não é solução)	( $x = 1$ não é solução)	( $x = 2$ é solução)	( $x = 3$ é solução)

Como puderam observar no exemplo resolvido, ao trocarmos a variável  $x$  por 0 e 1, o resultado final foi diferente de zero ( $\neq 0$ ), portanto, 0 e 1 não são raízes ou solução da equação. Já na substituição de  $x$  por 2 e 3, resultou em zero a resposta final, portanto, 2 e 3 são as raízes ou solução da equação do 2º grau:  $x^2 - 5x + 6 = 0$ .

Uma equação do 2º grau pode ter duas soluções iguais com sinais opostos, isso acontece quando extraímos a raiz quadrada da equação incompleta como nos exemplos resolvidos acima:  $x^2 - 25 = 0$  e  $2x^2 - 18 = 0$ , e também pode ter duas soluções diferentes, quando a equação do 2º grau for completa.

Existe a possibilidade da equação não ter solução também, mas seria um estudo mais aprofundado!!!

**EXEMPLO:** Um terreno quadrado possui área igual a  $100 \text{ m}^2$ . Quantos metros medem os lados desse terreno?

Para resolvermos esta situação, basta extrairmos a raiz quadrada de 100:

$$\sqrt{100} = 10, \text{ portanto, cada lado desse terreno mede } 10 \text{ metros.}$$

E se quisermos cercar este terreno quadrado com arame farpado? Quantos metros de arame seriam necessários comprar para cercar?

Neste caso, devemos encontrar o perímetro deste terreno. Como o quadrado tem quatro lados iguais, somamos os 4 lados:

$$10 + 10 + 10 + 10 = 40 \text{ metros ou } 10 \cdot 4 = 40 \text{ metros, portanto será necessário comprar } 40 \text{ metros de arame!!!}$$

### VÉRTICE DE UMA EQUAÇÃO DO 2º GRAU:

O gráfico da equação do 2º grau é uma parábola e nela temos os pontos de máximo e de mínimo, esse ponto é denominado vértice.

- Quando a parábola é voltada para cima, o valor do coeficiente **a** que acompanha  $x^2$  ( $ax^2$ ) é positivo.
- Quando a parábola é voltada para baixo, o valor do coeficiente **a** que acompanha  $x^2$  ( $ax^2$ ) é negativo.

Exemplos de gráficos da equação do 2º grau:

Gráfico com a parábola voltada para cima, valor de  $a > 0$   
Vértice ponto mínimo

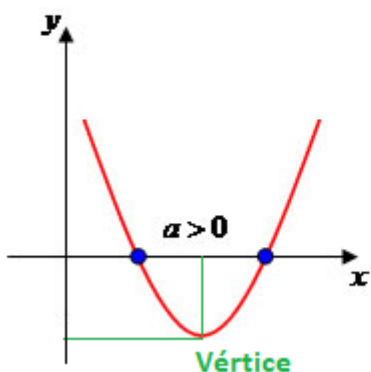
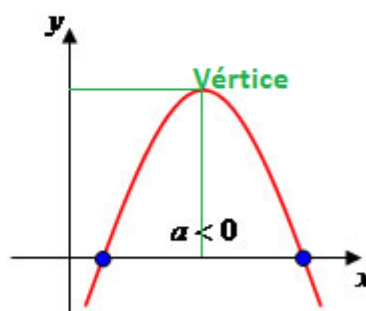


Gráfico com a parábola voltada para baixo, valor de  $a < 0$   
Vértice ponto máximo



Observando os gráficos desenhados acima, o valor do vértice determina o valor mínimo do gráfico no caso do primeiro, e o valor máximo do gráfico, no caso do segundo. Esses valores de máximo ou de mínimo é determinado pelo valor de  $x_{\text{vértice}}$  que possui uma imagem em  $y_{\text{vértice}}$ . O valor de  $x_{\text{vértice}}$  é dado por  $x_v = -\frac{b}{2a}$ , onde **a** é o coeficiente de  $x^2$  na equação do 2º grau e **b** é o coeficiente de  $x$ .

**EXEMPLO:**

Encontre o valor dos vértices das funções quadráticas abaixo e determine se esse valor de  $x$  resulta em ponto máximo ou mínimo da parábola:

a)  $y = x^2 + 6x - 7$        $a = 1$     $b = 6$

$$x_v = -\frac{6}{2 \cdot 1}$$

$$x_v = -\frac{6}{2}$$

$$x_v = -3$$

(o  $x_v$  resultará em ponto mínimo, pois a parábola é para cima, pois  $a > 0$ )

b)  $y = -2x^2 - 8x - 10$        $a = -2$     $b = -8$

$$x_v = -\frac{(-8)}{2 \cdot (-2)}$$

$$x_v = -\frac{8}{4}$$

$$x_v = -2$$

(o  $x_v$  resultará em ponto mínimo, pois a parábola é para baixo, pois  $a < 0$ )

**ATIVIDADE PARA NOTA UNIDADE 4**

**1)** Determine os coeficientes das equações do 2º grau abaixo:

a)  $x^2 - x - 14 = 0$        $a =$        $b =$        $c =$

b)  $x^2 - 3x - 4 = 0$        $a =$        $b =$        $c =$

c)  $x^2 - 8x + 7 = 0$        $a =$        $b =$        $c =$

d)  $x^2 + 10x + 22 = 0$        $a =$        $b =$        $c =$

e)  $2x^2 + 6x - 5 = 0$        $a =$        $b =$        $c =$

2) Resolva as equações incompletas do 2º grau (com  $b = 0$ ):

a)  $4x^2 - 16 = 0$

b)  $2x^2 - 32 = 0$

c)  $x^2 - 81 = 0$

d)  $x^2 - 144 = 0$

e)  $5x^2 - 125 = 0$

3) Considere um prisma reto ao lado, cujas medidas são indicadas em centímetros. A equação que determina o volume deste prisma é :

$V = 3x^2 + 24x$ , se  $x$  for igual a 5, qual o valor numérico do volume?

$V = 3.( \quad )^2 + 24.( \quad )$

$V =$



4) Relacione a coluna da esquerda com a da direita com o valor dos coeficientes **a**, **b** e **c** das equações do 2º grau ( $ax^2 + bx + c = 0$ )

a)  $3x^2 + 6x - 1 = 0$

( )  $a = 9$ ,  $b = 7$  e  $c = 0$

b)  $3x - x^2 + 6 = 0$

( )  $a = 3$ ,  $b = 6$  e  $c = -1$

c)  $1x^2 - 12 = 0$

( )  $a = -1$ ,  $b = 3$  e  $c = 6$

d)  $9x^2 + 7x = 0$

( )  $a = 1$ ,  $b = 0$  e  $c = -12$

e)  $x^2 - 10 = 0$

( )  $a = 1$ ,  $c = -10$  e  $b = 0$

5) Complete a tabela abaixo, substituindo os valores de  $x$  na função do 2º grau,  $y = x^2 + 2x + 6$ , encontrando o par ordenado correspondente:

<b>x</b>	<b>y = x<sup>2</sup> + 2x + 6</b>	<b>y</b>	<b>(x,y)</b>
<b>1</b>	$y = ( \quad )^2 + 2.( \quad ) + 6$		
<b>2</b>	$y = ( \quad )^2 + 2.( \quad ) + 6$		
<b>-3</b>	$y = ( \quad )^2 + 2.( \quad ) + 6$		

6) Um terreno quadrado tem área igual a  $81 \text{ m}^2$ . Quantos metros de cerca devemos comprar para cercar esse terreno? Qual a alternativa correta?

a) 18 metros

b) 27 metros

c) 36 metros

d) 40 metros

e) 72 metros

7) Qual alternativa abaixo representa o resultado do valor numérico da função do 2º grau:

$$y = x^2 - 8x + 15, \text{ quando substituírmos } x \text{ por } 4.$$

$$Y = ( \quad )^2 - 8 \cdot ( \quad ) + 15$$

- a) - 1
- b) 0
- c) 1
- d) 2
- e) 3

8) Verifique se as alternativas são verdadeiras (V) ou falsas (F):

- a) ( ) Se  $x^2 = 36$ , então  $x = \pm 6$
- b) ( ) Se  $x^2 = 100$ , então  $x = \pm 10$
- c) ( ) A equação  $6x - 10 = 0$  é uma equação do 2º grau.
- d) ( ) A equação  $x^3 - 5 = 0$  é uma equação do 2º grau.
- e) ( ) O valor de  $c$  na equação  $x^2 + c = 0$ , para  $x = \pm 2$  é  $c = -4$ .

9) Qual o valor de  $x_{\text{vértice}}$  nas funções do 2º grau:  $x_v = -\frac{b}{2 \cdot a}$   $ax^2 + bx + c = 0$

(obs.: não esqueça que são necessários apenas os valores dos coeficientes  $a$  e  $b$  da equação do 2º grau)

a)  $y = 2x^2 + 12x + 1$

b)  $y = x^2 - 10x - 4$

10) De acordo com o estudo das equações do 2º grau deste roteiro, associe a coluna da esquerda com a da direita:

a)  $x^2 - 6x + 8 = 0$

b)  $x^2 - 49 = 0$

c)  $-2x^2 + x - 5 = 0$

d)  $4x^2 + 7 = 0$

e)  $x^2 + 7x - 1 = 0$

( ) o gráfico terá ponto máximo

( ) o valor do coeficiente é zero ( $b=0$ )

( )  $x_{\text{vértice}} = -3,5$

( )  $x = \pm 7$

( )  $x_{\text{vértice}} = 3$